

Министерство науки и высшего образования РФ
Казанский (Приволжский) федеральный университет
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского
Региональный научно-образовательный математический центр ПФО

**Международная конференция по алгебре, анализу
и геометрии 2021**

Сборник трудов

(Казань, 22 – 28 августа 2021 г.)



Казанский (Приволжский) федеральный университет

2021

Институт математики и механики им.
Н.И. Лобачевского Казанского (Приволж-
ского) федерального университета
Региональный научно-образовательный
математический центр Приволжского
федерального округа
ул. Кремлевская, 35, Казань
Республика Татарстан, Российская Феде-
рация, 420008

Lobachevski Institute of Mathematics
and Mechanics of Kazan (Volga region)
Federal University
Regional Scientific and Educational
Mathematical Center of the Volga
Federal District

35, Kremlevskaya str., Kazan, Republic of
Tatarstan, Russian Federation, 420008

Издание осуществлено в рамках реализации программы развития Научно-образовательного
математического центра Приволжского федерального округа, соглашение № 075-02-2021-
1393

УДК 510:512:514:517
ББК 22.1
Т78

Печатается по рекомендации Редакционно-издательского совета института математики и
механики им. Н.И. Лобачевского КФУ

Редакционная коллегия: А.Н. Абызов, М.М. Арсланов, С.Р. Насыров, А.А. Попов, И.Ш. Калимуллин,
И.Р. Каюмов, Р.Г. Насибуллин, Е.А. Турилова, В.В. Шурыгин

**Т78 Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского. Т.60 // *Материалы
Международной конференции по алгебре, анализу и геометрии 2021* – Казань: Изд-во
Академии наук РТ, 2021. – Т.60. – 422 с.**

ISBN 978-5-9690-0871-7

Сборник содержит материалы Международной конференции по алгебре, анализу и геометрии 2021,
организованной на базе Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского Казанского
(Приволжского) федерального университета. Конференция проведена в Казани с 22 по 28 августа
2021 года.

Материалы предназначены для научных сотрудников, преподавателей, аспирантов, маги-
странтов и студентов старших курсов, специализирующихся в различных областях математики и
ее приложений.

УДК 510:512:514:517
ББК 22.1

ISBN 978-5-9690-0871-7

- © Региональный научно-образовательный математический центр при КФУ, 2021
- © Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, 2021
- © Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2021

ON THE ACM-STRUCTURE OF COSYMPLECTIC TYPE

M.B. Banaru

A criterion in terms of Cartan structural equations for arbitrary almost contact metric structure to belong to the class of structures of cosymplectic type is established.

Keywords: almost contact metric structure, structure of cosymplectic type.

УДК 514.764

**КАНОНИЧЕСКИЕ ПОЧТИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ОТОБРАЖЕНИЯ ТИПА $\pi_2(E)$
ПРОСТРАНСТВ АФФИННОЙ СВЯЗНОСТИ НА 3-СИММЕТРИЧЕСКИЕ
ПРОСТРАНСТВА**

В.Е. Березовский¹, Й. Микеш², П. Пешка³

¹ *berez.volod@gmail.com*; Уманский национальный университет садоводства

² *josef.mikes@upol.cz*; Ун-т им. Ф. Палацкого, г. Оломоуц, Чешская Республика

³ *patrik.peska@upol.cz*; Ун-т им. Ф. Палацкого, г. Оломоуц, Чешская Республика

В статье изучаются основные уравнения канонических почти геодезических отображений пространств аффинной связности на 3-симметрические пространства. Эти уравнения найдены в форме замкнутых уравнений типа Коши.

Ключевые слова: почти геодезические отображения, уравнения типа Коши, трижды симметрические пространства.

Теория почти геодезических отображений идейно восходит к работе Леви-Чивита [1], в которой он поставил и решил в специальной системе координат задачу о нахождении римановых пространств с общими геодезическими. Примечательно, что она была связана с изучением уравнений динамики механических систем.

Теория геодезических отображений развивалась в работах Т. Томаса, Дж. Томаса, Г. Вейля, П.А. Широкова, А.З. Петрова, А.В. Аминовой и др.

А.З. Петровым было введено понятие квазигеодезических отображений. Специальными квазигеодезическими отображениями, в частности, являются голоморфно-проективные отображения келеровых пространств, рассмотренные Т. Оцуки, Я. Тасиро, М. Прванович, Й. Микешем и др.

Естественным обобщением этих классов отображений являются почти геодезические отображения, введенные в рассмотрение Н.С. Синюковым [2].

Пусть $A_n = (M, \nabla)$ и $\bar{A}_n = (\bar{M}, \bar{\nabla})$ – пространства аффинной связности со связностями ∇ и $\bar{\nabla}$ без кручения на многообразиях M и \bar{M} соответственно.

Отображение $f: A_n \rightarrow \bar{A}_n$ называют *почти геодезическим*, если при этом отображении все геодезические линии пространства A_n переходят в почти геодезические линии пространства \bar{A}_n .

Известно [2, 3], что для того чтобы отображение $f: A_n \rightarrow \bar{A}_n$ было почти геодезическим, необходимо и достаточно, чтобы на многообразии M (предполагая, что $\bar{M} \equiv M$) тензор деформации связностей $P = \bar{\nabla} - \nabla$ удовлетворяет условиям

$$\nabla_\lambda P(\lambda, \lambda) + P(P(\lambda, \lambda), \lambda) = a \cdot P(\lambda, \lambda) + b \cdot \lambda$$

для всех касательных векторов λ , где ∇ и $\bar{\nabla}$ – аффинные связности A_n и \bar{A}_n , a и b – производные функции переменных точки x и вектора λ . Н.С. Синюковым были выделены три типа отображений π_1 , π_2 и π_3 .

Известно [2, 3], что отображение $\pi_2 : A_n \rightarrow \bar{A}_n$ характеризуется условиями

$$(\bar{\nabla} - \nabla)_X X = 2\psi(X) \cdot X + 2\varphi(X) \cdot F(X),$$

$$\nabla_X F(X) + \varphi(X) \cdot F(FX) = \mu(X) \cdot X + \rho(X) \cdot FX,$$

для всех касательных векторов X , где ψ , φ , μ и ρ – линейные формы и F – аффинно-определенные на M .

Отображение π_2 обладает свойством взаимности, если $F^2 = e \cdot Id$, где $e = \pm 1$ or 0 . Это отображение обозначается через $\pi_2(e)$. Отображение π_2 – каноническое, если $\psi = 0$. Известно, что отображение π_2 является композицией геодезического и канонического отображения π_2 .

Имеет место следующая

Теорема. Основные уравнения канонических отображений $\pi_2(e)$ пространства A_n на 3-симметрическое пространство \bar{A}_n имеет форму системы дифференциальных уравнений типа Коши в ковариантных производных.

Примечание. Пространства с нулевой m -той ковариантной производной тензора кривизны называются m -симметрическими, см. [4].

Работа выполнена при поддержке гранта Palacky University Olomouc (грант IGA № 2021030 “Mathematical Structures”).

Литература

1. Levi-Civita T. *Sulle transformationi dello equazioni dinamiche* // Ann. Mat. Milano. – 1896. – Vol. 24. – № 2. – P. 255–300.
2. Синюков Н.С. *Геодезические отображения римановых пространств*. – М.: Наука, 1979. – 256 с.
3. Mikeš J. et al. *Differential geometry of special mappings*. – Olomouc: Palacky Univ. Press, 1st ed. 2015. – 556 p.; 2nd ed. 2019. – 674 p.
4. Кайгородов В.Р. *Структура кривизны пространства-времени* // Итоги науки и техн. Сер. Пробл. геом. – 1983. – Т. 14. – С. 177–204.

CANONICAL ALMOST GEODESIC MAPPINGS OF TYPE $\pi_2(E)$ OF SPACES WITH AFFINE CONNECTION ONTO 3-SYMMETRIC SPACES

V.E. Berezovski, J. Mikeš, P. Peška

The paper studies the basic equations of canonical almost geodesic mappings of spaces with affine connection onto 3-symmetric spaces. These equations are found in the form of closed Cauchy type equations.

Keywords: almost geodesic mappings, Cauchy type equations, 3-symmetric spaces.