

Конформно-голоморфно-проективні перетворення локально конформно-келерових многовидів

Є. В. Черевко

(Одеський національний економічний університет, ул.Преображенська, б. 8, м.Одеса, 65082, Україна)

E-mail: cherevko@usa.com

В. Є. Березовський

(Уманський національний університет садівництва, ул.Інститутська, б. 1, м.Умань, Черкаська обл., 20305, Україна)

E-mail: berez.volod@rambler.ru

У роботі [2], розвиваючи ідеї статті [2] було введено конформно-голоморфно-проективні перетворення. Система рівнянь, які на ЛКК-многовиді (M^n, J, g) визначають конформно-голоморфно-проективні інфінітезимальні перетворення із збереженням комплексної структури має вигляд:

- 1) $\xi_{i,j} = \xi_{ij}$,
- 2) $\rho, i = \rho_i$,
- 3) $\xi_{i,jk} = \xi_\alpha R_{kji}^\alpha + \frac{1}{2} \left((\omega_\alpha \xi^\alpha)_{,k} g_{ij} + (\omega_\alpha \xi^\alpha)_{,j} g_{ik} - (\omega_\alpha \xi^\alpha)_{,i} g_{jk} - \omega_i \mathfrak{L}_\xi g_{jk} + \omega^\alpha (\mathfrak{L}_\xi g_{i\alpha}) g_{jk} \right) + \rho_j g_{ik} + \rho_k g_{ij} - \rho_t J_j^t J_{ki} - \rho_t J_k^t J_{ji}$,
- 4) $\rho_{i,j} = \frac{1}{2} \omega^t \rho_t g_{ij} - \frac{1}{2} \rho_i \omega_j - \frac{1}{2} \rho_j \omega_i + \frac{1}{n+2} \mathfrak{L}_\xi \left(R_{ij} - \frac{(n-2)}{2} (\omega_{i,j} + \frac{\omega_i \omega_j}{2} - \frac{\|\omega\|^2 g_{ij}}{2}) - \frac{\Delta_2 \omega g_{ij}}{2} \right)$,
- 5) $\mathfrak{L}_\xi J_j^i = \xi^k \nabla_k J_j^i - J_j^\alpha \nabla_\alpha \xi^i + J_\alpha^i \nabla_j \xi^\alpha = 0$.

Нами доведені такі теореми

Теорема 1. Якщо на ЛКК-многовиді (M^n, g, J) контраваріантне аналітичне векторне поле ξ породжує інфінітезимальні конформно-голоморфно-проективні перетворення, то об'єкт

$$\Pi_{ij}^h = \Gamma_{ij}^h + \frac{1}{2} \omega^h g_{ij} - \frac{1}{n+2} \left((\Gamma_{js}^s + \omega_j) \delta_i^h + (\Gamma_{is}^s + \omega_i) \delta_j^h + (\Gamma_{ts}^s - \frac{n}{2} \omega_t) J_i^t J_j^h + (\Gamma_{ts}^s - \frac{n}{2} \omega_t) J_j^t J_i^h \right)$$

є інваріантним відносно цих перетворень:

$$\mathfrak{L}_\xi \Pi_{ij}^h = 0.$$

Теорема 2. Тензор

$$\begin{aligned} P_{ijk}^h &= R_{ijk}^h - \delta_k^h (2\omega_{i,j} + \omega_i \omega_j - \|\omega\|^2 g_{ij}) + \delta_j^h (2\omega_{i,k} + \omega_i \omega_k - \|\omega\|^2 g_{ik}) - \\ &- \frac{1}{2} (\omega^h_{,k} + \frac{1}{2} \omega^h \omega_k) g_{ij} + \frac{1}{2} (\omega^h_{,j} + \frac{1}{2} \omega^h \omega_j) g_{ik} - \\ &- \frac{1}{n+2} \left(\delta_k^h (R_{ij} - \frac{\Delta_2 \omega g_{ij}}{2}) - \delta_j^h (R_{ik} - \frac{\Delta_2 \omega g_{ik}}{2}) + \right. \\ &+ (J_k^h J_i^t - J_i^h J_k^t) \left(R_{tj} - \frac{(n-2)}{2} (\omega_{t,j} + \frac{\omega_t \omega_j}{2} - \frac{\|\omega\|^2 g_{tj}}{2}) - \frac{\Delta_2 \omega g_{tj}}{2} \right) - \\ &\left. - (J_j^h J_i^t - J_i^h J_j^t) \left(R_{tk} - \frac{(n-2)}{2} (\omega_{t,k} + \frac{\omega_t \omega_k}{2} - \frac{\|\omega\|^2 g_{tk}}{2}) - \frac{\Delta_2 \omega g_{tk}}{2} \right) \right), \end{aligned}$$

є інваріантним відносно інфінітезимальних конформно-голоморфно-проективних перетворень $(\mathfrak{L}_\xi P_{ijk}^h = 0)$.

Теорема 3. Для того щоб ЛКК-многовид (M^n, J, g) допускав наявність групи конформно-голоморфно-проективних перетворень, необхідно та достатньо, щоб система умов інтегровності

$$\begin{aligned}\mathfrak{L}_\xi P_{ijk}^h &= 0, \\ \rho_t P_{ijk}^t &= \frac{1}{n+2} \mathfrak{L}_\xi P_{ijk},\end{aligned}$$

та їх продовжень, була сумісною. Тоді, ЛКК-многовид (M^n, J, g) допускає наявність r -параметричної групи, $r = 2(m+1)^2 - 1 - k$, де m та k є відповідно комплексною розмірністю многовиду, та рангом системи умов інтегровності та їх продовжень. У випадку, якщо умови ці інтегровності задовільняються тотожно, розв'язок системи (1) залежатиме від $r = 2(m+1)^2 - 1$ параметрів.

Тензор P_{ijk} визначено формулою

$$\begin{aligned}P_{ijk} &= \nabla_k \left(R_{ij} - \frac{(n-2)}{2} (\omega_{i,j} + \frac{\omega_i \omega_j}{2} - \frac{\|\omega\|^2 g_{ij}}{2}) - \frac{\Delta_2 \omega g_{ij}}{2} \right) - \\ &- \nabla_j \left(R_{ik} - \frac{(n-2)}{2} (\omega_{i,k} + \frac{\omega_i \omega_k}{2} - \frac{\|\omega\|^2 g_{ik}}{2}) - \frac{\Delta_2 \omega g_{ik}}{2} \right) + \\ &+ \frac{1}{2} (\delta_i^t \omega_k + \delta_i^t \omega_k - \omega^t g_{ik}) \left(R_{tj} - \frac{(n-2)}{2} (\omega_{t,j} + \frac{\omega_t \omega_j}{2} - \frac{\|\omega\|^2 g_{tj}}{2}) - \frac{\Delta_2 \omega g_{tj}}{2} \right) - \\ &- \frac{1}{2} (\delta_i^t \omega_j + \delta_i^t \omega_j - \omega^t g_{ij}) \left(R_{tk} - \frac{(n-2)}{2} (\omega_{t,k} + \frac{\omega_t \omega_k}{2} - \frac{\|\omega\|^2 g_{tk}}{2}) - \frac{\Delta_2 \omega g_{tk}}{2} \right).\end{aligned}$$

Теорема 4. На компактному ЛКК-многовиді $\{M_n, J, g\}$ векторне поле ξ , що генерує нетривіальні конформно-голоморфно-проективні перетворення, є контраваріантним майже аналітичним.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] J. Mikeš, H. Chuda, I. Hinterleitner. Conformal holomorphically projective mappings of almost Hermitian manifolds with a certain initial condition. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*. Vol. 11, No. 5, 2014 8 p.
- [2] Є. В. Черевко. Голоморфно-проективні перетворення та конформно-келерові многовиди. *Proc. Inter. Geom. Center*. v.4, № 1, 2016.