



КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Геодезические отображения эквиаффинных и Риччи-симметрических пространств

В. Е. Березовский, Н. И. Гусева, Й. Микеш

Ключевые слова: геодезическое отображение, Риччи-симметрическое пространство, эквиаффинное пространство, система уравнений типа Коши в ковариантных производных.

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm13197>

1. Введение. В 1865 г. Э. Бельтрами рассматривал геодезические отображения пространств постоянной кривизны. В 1869 г. У. Дини решил общую задачу о геодезических отображениях поверхностей. В 1896 г. Т. Леви-Чивита рассматривал геодезические отображения римановых пространств и получил основные уравнения для таких отображений. Примечательно, что геодезические отображения были связаны с изучением уравнений динамики механических систем. Затем в 1920 г. Г. Вейль получил эти уравнения и для геодезических отображений пространств аффинной связности. Теория геодезических отображений была развита в работах Т. Томаса, Дж. Томаса, Г. Вейля, Л. П. Эйзенхарта, П. А. Широкова, А. С. Солодовникова, Н. С. Синюкова, А. В. Аминовой, Й. Микеша и других, см. [1]–[3].

В данной работе указан тензорный признак локальной градиентности ковектора ψ_i , участвующего в основных уравнениях геодезических отображений аффинносвязных пространств. В случае, когда пространство аффинной связности допускает геодезическое отображение на пространство аффинной связности, найдены условия, которым удовлетворяет указанный ковектор.

Геодезические отображения и преобразования Риччи-симметрических пространств изучались многими авторами, например, [4]–[6]. Микеш доказал [7], что Риччи-симметрические (псевдо-) римановы пространства, отличные от эйнштейновых, не допускают нетривиальные геодезические отображения. В [8] построен пример эйнштейновых пространств, допускающих нетривиальные геодезические отображения. Детально вопросы о геодезических и других отображениях обобщенно симметрических, рекуррентных и полусимметрических пространств изложены в [1], [3], [9], [10]. В работе Кайгородова изучаются геометрические и физические аспекты этих пространств [11].

Нами получены более общие результаты. Основные уравнения геодезических отображений эквиаффинных пространств на эквиаффинные Риччи-симметрические пространства получены в виде замкнутой системы уравнений в ковариантных производных типа Коши. Установлено количество существенных параметров, от которых зависит общее решение полученной системы уравнений. Этим обобщаются результаты, полученные для симметрических и обобщенно симметрических пространств [12]–[14].

Данная работа была проделана при частичной поддержке гранта IGA Faculty of Science 2021030 Mathematical Structures of the Palacky University.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Н. С. Синюков, *Геодезические отображения римановых пространств*, Наука, М., 1979 [MathSciNet](#) [Zentralblatt MATH](#)
- [2] А. В. Аминова, *УМН*, **48:2** (290) (1993), 107–164 [Math-Net.Ru](#) [MathSciNet](#) [Zentralblatt MATH](#)
- [3] J. Mikeš, et al., *Differential Geometry of Special Mappings*, Palacky Univ. Press, Olomouc, 2015 [MathSciNet](#) [Zentralblatt MATH](#)
- [4] R. Couty, *C. R. Acad. Sci. Paris*, **252** (1961), 1096–1097 [MathSciNet](#) [Zentralblatt MATH](#)
- [5] М. Prvanović, *Tensor (N.S.)*, **12** (1962), 219–226 [MathSciNet](#) [Zentralblatt MATH](#)
- [6] Н. Akbar-Zadeh, R. Couty, *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A-B*, **284:15** (1977), A891–A893 [MathSciNet](#)
- [7] Й. Микеш, *Матем. заметки*, **28:2** (1980), 313–317 [Math-Net.Ru](#) [MathSciNet](#) [Zentralblatt MATH](#)
- [8] Й. Микеш, *Матем. заметки*, **28:6** (1980), 935–938 [Math-Net.Ru](#) [MathSciNet](#) [Zentralblatt MATH](#)
- [9] J. Mikeš, *J. Math. Sci. (New York)*, **78:3** (1996), 311–333 [doi](#) [MathSciNet](#) [Zentralblatt MATH](#)
- [10] J. Mikeš, *J. Math. Sci. (New York)*, **89:3** (1998), 1334–1353 [doi](#) [MathSciNet](#) [Zentralblatt MATH](#)
- [11] V. R. Kaigorodov, *J. Soviet Math.*, **28:2** (1985), 256–273 [doi](#) [Zentralblatt MATH](#)
- [12] J. Mikeš, V. Berezovski, *Differential Geometry and Its Applications*, Colloq. Math. Soc. J. Bolyai, **56**, North-Holland, Amsterdam, 1992, 491–494 [MathSciNet](#) [Zentralblatt MATH](#)
- [13] В. Е. Березовский, Л. Е. Ковалев, Й. Микеш, *Изв. вузов. Матем.*, 2018, № 9, 3–10 [Math-Net.Ru](#) [Zentralblatt MATH](#)
- [14] V. Berezovski, Y. Cherevko, J. Mikeš, L. Rýparová, *Mathematics*, **9:4** (437) (2021) [doi](#)
- [15] Й. Микеш, И. Гинтерлейтнер, Н. И. Гусева, “Геодезические отображения “в целом” Риччи-плоских пространств с n полными геодезическими линиями”, *Матем. заметки*, **108:2** (2020), 306–310 [Math-Net.Ru](#) [doi](#) [MathSciNet](#)
- [16] I. Hinterleitner, J. Mikeš, *J. Math. Sci. (New York)*, **177:4** (2011), 546–550 [doi](#) [MathSciNet](#) [Zentralblatt MATH](#)
- [17] J. Mikeš, V. Berezovski, E. Stepanova, H. Chudá, *J. Math. Sci. (New York)*, **217:5** (2016), 607–623 [doi](#) [MathSciNet](#) [Zentralblatt MATH](#)