

Материалы международной конференции
по алгебре, анализу и геометрии,
посвященной юбилеям выдающихся профессоров Казанского университета,
математиков Петра Алексеевича (1895-1944)
и Александра Петровича (1926-1998) Широковых,
и молодежной школы-конференции по алгебре, анализу, геометрии

**МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ПО АЛГЕБРЕ, АНАЛИЗУ И ГЕОМЕТРИИ**

(26 июня – 2 июля 2016 г., Казань)

Казанский (Приволжский) федеральный университет

2016

**Казанский (Приволжский)
федеральный университет
Россия, Татарстан
420008, Казань
ул. Кремлевская 18**

**Kazan (Volga Region)
Federal University
Russia, Tatarstan
420008, Kazan
Kremlevskaya st. 18**

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Академия наук Республики Татарстан
Российский фонд фундаментальных исследований

Издание осуществлено при финансовой поддержке
РФФИ (проекты № 16-01-20342 г и № 16-31-10218 мол_г) и КФУ.



**УДК 510:512:514:517
ББК 22.1**

Материалы международной конференции по алгебре, анализу и геометрии, посвященной юбилеям выдающихся профессоров Казанского университета, математиков Петра Алексеевича (1895-1944) и Александра Петровича (1926-1998) Широковых, и молодежной школы-конференции по алгебре, анализу, геометрии. – Казань: Казанский университет; изд-во Академии наук РТ, 2016. – 376 с.

ISBN 978-5-9690-0269-2

Сборник содержит тезисы докладов, представленных на международную конференцию по алгебре, анализу и геометрии, посвященной юбилеям выдающихся профессоров Казанского университета, математиков Петра Алексеевича (1895-1944) и Александра Петровича (1926-1998) Широковых, и молодежную школу-конференцию по алгебре, анализу, геометрии. (Казань, 24 июня – 6 июля 2016 года).

ISBN 978-5-9690-0269-2

**УДК 510:512:514:517
ББК 22.1**

© Казанский федеральный университет, 2016
© Издательство АН РТ, 2016

О ЧАСТНОМ СЛУЧАЕ ПОЧТИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ОТОБРАЖЕНИЙ ПЕРВОГО ТИПА

В. Е. Березовский¹, Й. Микеш²

¹*berez.volod@rambler.ru*, Уманский национальный университет садоводства, Умань, Украина

²*josef.mikes@upol.cz*, Palacky University of Olomouc, Czech Republic

Рассмотрим частный случай канонических почти геодезических отображений пространств аффинной связности $f: A_n \rightarrow \bar{A}_n$, который характеризуется условиями на тензор деформации связностей

$$P_{i(j,k)}^h + P_{i(j)P_k\alpha}^h = \delta_{(j}^h a_{k)i}, \quad (1)$$

где P_{ij}^h – тензор деформации связностей, a_{ij} – некоторый симметрический тензор, δ_i^h – символы Кронекера, “,” – ковариантная производная по связности в пространстве A_n и круглыми скобками обозначаем симметрирование индексов без деления.

Из уравнений (1) получены уравнения

$$P_{ij,k}^h = -P_{ij}^\alpha P_{\alpha k}^h + \delta_k^h a_{ij}, \quad (2)$$

$$(n-1) a_{ij,k} = P_{ij}^\alpha R_{\alpha k} - P_{\alpha(i}^\beta R_{j)\beta k} - (n-1) P_{ij}^\alpha a_{\alpha k}, \quad (3)$$

где R_{ij} и R_{ijk}^h – тензоры Риччи и Римана пространства A_n .

Очевидно, уравнения (2) и (3) в данном пространстве A_n представляют собой замкнутую систему типа Коши относительно неизвестных функций $P_{ij}^h(x)$ и $a_{ij}(x)$, которые, естественно, должны удовлетворять еще конечным условиям алгебраического характера

$$P_{ij}^h(x) = P_{ji}^h(x) \quad \text{и} \quad a_{ij}(x) = a_{ji}(x). \quad (4)$$

Тем самым доказана

Теорема 1. *Для того чтобы пространство аффинной связности A_n допускало почти геодезическое отображение, определяемое уравнениями (1), на пространство аффинной связности \bar{A}_n , необходимо и достаточно, чтобы в нем существовало решение смешанной системы типа Коши (2), (3), (4) относительно неизвестных функций $P_{ij}^h(x)$ и $a_{ij}(x)$.*

Введем в рассмотрение тензоры

$$\tilde{W}_{ijk}^h = R_{ijk}^h - \frac{1}{n-1} (R_{ij}\delta_k^h - R_{ik}\delta_j^h),$$

$$W_{ij} = R_{ij} - R_{ji}.$$

Нами доказана

Теорема 2. *Тензоры \tilde{W}_{ijk}^h и W_{ij} , а также тензор проективной кривизны Вейля, являются инвариантными геометрическими объектами пространств аффинной связности относительно почти геодезических отображений первого типа, определяемых уравнениями (1).*

Литература

- [1] Н. С. Синюков, *Геодезические отображения римановых пространств*. – М.: Наука, 1979. – 256 с.
- [2] В. Е. Березовский, Й. Микеш, *О канонических почти геодезических отображениях первого типа пространств аффинной связности*. – Изв. вузов. Матем. 2, 2014. – Р. 3–8.
- [3] V. E. Berezovski, J. Mikeš, A. Vanžurová, *Fundamental PDE's of the canonical almost geodesic mappings of type $\tilde{\pi}_1$* . – Bull. Malays. Math. Sci. Soc. (2) 37 (3), 2014. – P. 647–659.
- [4] J. Mikeš, et al, *Differential geometry of special mappings*. – Olomouc: Palacky Univ. Press, 2015. – 566 p.

ПРОБЛЕМА ЛИ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ИНВАРИАНТЫ ПОДГРУПП В ГРУППАХ КРЕМОНЫ

П. В. Бибииков¹, А. И. Малахов²

¹*tsdtp4u@proc.ru*, Институт проблем управления РАН

²*amalakhov2011@gmail.com*, Институт проблем управления РАН

В работе решается проблема Софуса Ли о вычислении алгебры дифференциальных инвариантов действия псевдогруппы точечных симметрий на классе обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка $y'' = F(x, y)$, а также предлагается новый подход к изучению дифференциальных уравнений и бесконечномерных подгрупп в группе Кремоны.

Рассмотрим дифференциальные уравнения вида $y'' = F(x, y)$. Эти уравнения являются особыми с точки зрения классификации Трессе–Кругликова [3], поэтому они требуют отдельного изучения. С. Ли предпринял попытку вычислить алгебру дифференциальных инвариантов действия псевдогруппы точечных симметрий таких уравнений, однако не сумел найти ни одного дифференциального инварианта, доказав лишь, что инвариантов порядка ≤ 3 не существует.

В первой части работы мы полностью решаем эту проблему Ли, вычислив количество независимых дифференциальных инвариантов во всех порядках, указав базисные дифференциальные инварианты, инвариантные дифференцирования и сизигии этой алгебры.

Тем не менее, даже знания всей алгебры дифференциальных инвариантов недостаточно для того, чтобы решить проблему эквивалентности двух дифференциальных уравнений вида $y'' = F(x, y)$ относительно действия псевдогруппы симметрий. Это связано с тем, что группа симметрий бесконечномерна, поэтому стандартные рассуждения, применимые в конечномерном случае [1] здесь не работают.

Для преодоления этой проблемы предложен новый подход к изучению дифференциальных уравнений, основанный на неожиданной связи между дифференциальными уравнениями и алгебраической геометрией. А именно, рассмотрим лишь те дифференциальные уравнения вида $y'' = F(x, y)$, у которых правая часть является