

Общероссийский математический портал

В. Е. Березовский, Й. Микеш, Почти геодезические отображения типа π_1 на обобщенно риччи-симметрические пространства, *Учён. зап. Казан. гос. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки*, 2009, том 151, книга 4, 9–14

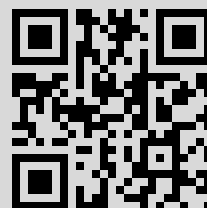
Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 176.98.73.64

24 декабря 2015 г., 12:03:12



УДК 513.7

ПОЧТИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ОТОБРАЖЕНИЯ ТИПА π_1 НА ОБОБЩЕННО РИЧЧИ-СИММЕТРИЧЕСКИЕ ПРОСТРАНСТВА

В.Е. Березовский, Й. Микеш

Аннотация

Получены необходимые и достаточные условия для того, чтобы многообразие с линейной связностью допускало почти геодезическое отображение типа π_1 в смысле Н.С. Синюкова на обобщенно риччи-симметрическое пространство.

Ключевые слова: почти геодезическое отображение типа π_1 , обобщенно риччи-симметрическое пространство, пространство аффинной связности.

Введение

Настоящая статья посвящена изучению почти геодезических отображений типа π_1 пространств аффинной связности на обобщенно риччи-симметрические пространства аффинной связности.

Почти геодезические отображения пространств аффинной связности ввел в рассмотрение Н.С. Синюков, который выделил три типа таких отображений: π_1 , π_2 и π_3 (см. [1]). В работе [2] доказано, что других типов почти геодезических отображений не существует.

В работе [1] рассматривались почти геодезические отображения типа π_1 пространств аффинной связности A_n на римановы риччи-симметрические пространства. Для этого случая найдены основные уравнения в виде замкнутой системы типа Коши в ковариантных производных. Эти результаты были обобщены в работе [3] на случай, когда A_n отображается на риманово (или, что особо не оговариваем, псевдо-риманово) пространство.

В настоящей статье получено обобщение указанных выше результатов для случая канонических почти геодезических отображений типа π_1 пространств аффинной связности на обобщенно риччи-симметрические пространства аффинной связности.

1. Почти геодезические отображения типа π_1

Понятие почти геодезических отображений использовалось В.М. Чернышенко [4]. Такое же понятие (но в другом смысле) было введено в рассмотрение и изучалось Н.С. Синюковым [1, 5, 6].

Пусть A_n и $\bar{A}_n$ – пространства аффинной связности без кручения, размерность которых $n > 2$.

Определение 1 [1, 5, 6]. Диффеоморфизм $f: A_n \rightarrow \bar{A}_n$ называется *почти геодезическим отображением*, если каждая геодезическая линия пространства A_n переходит в почти геодезическую линию пространства $\bar{A}_n$.

Почти геодезические отображения типа π_1 в общей по отношению к отображению системе координат $\{x_i\}$ характеризуются уравнениями

$$P_{(ij,k)}^h + P_{(ij}^\alpha P_{k)\alpha}^h = a_{(ij}\delta_{k)}^h + b_{(i}P_{jk)}^h, \quad (1)$$

где $P_{ij}^h(x) \equiv \bar{\Gamma}_{ij}^h(x) - \Gamma_{ij}^h(x)$ – тензор деформации объектов связностей $\bar{\Gamma}_{ij}^h(x)$ и $\Gamma_{ij}^h(x)$ пространств A_n и $\bar{A}_n$ соответственно, δ_k^h – символ Кронекера, a_{ij} и b_i – некоторые тензоры.

Запятой здесь и далее обозначаем ковариантную производную по отношению к связности пространства A_n .

Н.С. Синюковым были выделены канонические почти геодезические отображения, которые он обозначил через $\tilde{\pi}_1$. Эти отображения характеризуются нулевым тензором b_i . Таким образом, отображения типа $\tilde{\pi}_1$ характеризуются уравнениями

$$P_{(ij,k)}^h + P_{(ij}^\alpha P_{k)\alpha}^h = a_{(ij}\delta_{k)}^h. \quad (2)$$

Заметим, что любое отображение типа π_1 можно представить в виде композиции отображения типа $\tilde{\pi}_1$ и некоторого геодезического отображения.

2. Риччи-симметрические и обобщенно риччи-симметрические пространства

Риччи-симметрическим пространством называют пространство аффинной связности $\bar{A}_n$, в котором тензор Риччи абсолютно параллелен (то есть он ковариантно постоянен):

$$\bar{R}_{ij;k} = 0,$$

где “;” обозначает ковариантную производную по отношению к связности пространства A_n .

В [1] доказано, что множество всех отображений $\tilde{\pi}_1$ пространства аффинной связности A_n на риччи-симметрические (псевдо-) римановы пространства $\bar{A}_n$, получается из решений некоторой системы дифференциальных уравнений типа Коши в ковариантных производных (более детально это объясняется в монографии [1, с. 34–35]). Следовательно, семейство всех риччи-симметрических римановых пространств, на которые допускает отображение типа $\tilde{\pi}_1$ заданное пространство аффинной связности A_n , зависит от конечного числа параметров.

В дальнейшем этот результат мы обобщаем на случай обобщенно риччи-симметрических пространств аффинной связности.

Обобщенно риччи-симметрическим пространством $\bar{A}_n$ называем пространство аффинной связности, в котором тензор Риччи удовлетворяет условиям

$$\bar{R}_{ij;k} + \bar{R}_{ik;j} = 0. \quad (3)$$

Если тензор Риччи является симметрическим и выполняются условия (3), то он абсолютно параллельный, то есть $\bar{R}_{ij;k} = 0$, и, таким образом, $\bar{A}_n$ есть риччи-симметрическое пространство.

3. Почти геодезические отображения типа $\tilde{\pi}_1$ на обобщенно риччи-симметрические пространства

Пусть A_n и $\bar{A}_n$ – n -мерные пространства аффинной связности. Диффеоморфизм $f: A_n \rightarrow \bar{A}_n$ будет каноническим почти геодезическим отображением типа $\tilde{\pi}_1$ тогда и только тогда, когда в общей по отношению к отображению системе координат выполняются условия [1, 6]:

$$3(P_{ij,k}^h + P_{k\alpha}^h P_{ij}^\alpha) = R_{(ij)k}^h - \bar{R}_{(ij)k}^h + a_{(ij}\delta_{k)}^h, \quad (4)$$

где P_{ij}^h – тензор деформации, a_{ij} – некоторый тензор, R_{ijk}^h , $\bar{R}_{ijk}^h$ – тензоры кривизны пространств A_n и $\bar{A}_n$ соответственно.

Соотношение (4) можно рассматривать как систему уравнений в ковариатных производных относительно неизвестных функций P_{ij}^h в A_n .

Условия интегрируемости уравнений (4) имеют вид:

$$\begin{aligned} \bar{R}_{(ij)[k,\ell]}^h &= R_{(ij)[k,\ell]}^h + \delta_{(i}^h a_{jk),\ell} - \delta_{(i}^h a_{j\ell),k} + 3(P_{ij}^\alpha \bar{R}_{\alpha k\ell}^h - P_{\alpha(j}^h R_{i)k\ell}^\alpha) - \\ &\quad - P_{\alpha k}^h (R_{(ij)\ell}^\alpha - \bar{R}_{(ij)\ell}^\alpha + \delta_{(i}^\alpha a_{j\ell})) + P_{\alpha\ell}^h (R_{(ij)k}^\alpha - \bar{R}_{(ij)k}^\alpha + \delta_{(i}^\alpha a_{jk})). \end{aligned}$$

Переходим от $\bar{R}_{ijk,l}^h$ к $\bar{R}_{ijk;l}^h$ и из условий интегрируемости системы (4) в итоге получим уравнения:

$$\bar{R}_{(ij)[k;\ell]}^h = \delta_{(i}^h a_{jk),\ell} - \delta_{(i}^h a_{j\ell),k} + \Theta_{ijk\ell}^h, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \Theta_{ijk\ell}^h &= R_{(ij)[k,\ell]}^h + 3(P_{ij}^\alpha \bar{R}_{\alpha k\ell}^h - P_{\alpha(j}^h R_{i)k\ell}^\alpha) - \\ &\quad - P_{\alpha k}^h (R_{(ij)\ell}^\alpha - \bar{R}_{(ij)\ell}^\alpha + \delta_{(i}^\alpha a_{j\ell})) + P_{\alpha\ell}^h (R_{(ij)k}^\alpha - \bar{R}_{(ij)k}^\alpha + \delta_{(i}^\alpha a_{jk})) - \\ &\quad - P_{\ell(i}^\alpha \bar{R}_{|\alpha|j)k}^h - P_{\ell(i}^\alpha \bar{R}_{j)\alpha k}^h + P_{k(i}^\alpha \bar{R}_{|\alpha|j)\ell}^h + P_{k(i}^\alpha \bar{R}_{j)\alpha\ell}^h. \end{aligned}$$

Здесь символ $|\alpha|$ обозначает, что индекс α не участвует в циклическом суммировании. Используя тождества Риччи, условия (5) можно записать в виде

$$\bar{R}_{i\ell k;j}^h + \bar{R}_{j\ell k;i}^h = \delta_{(i}^h a_{jk),\ell} - \delta_{(i}^h a_{j\ell),k} + \Theta_{ijk\ell}^h.$$

Свертывая последнее соотношение по индексам h и k , получим следующее соотношение для ковариантных производных тензора Риччи пространства $\bar{A}_n$:

$$\bar{R}_{i\ell;j} + \bar{R}_{j\ell;i} = (n+1)a_{ij,\ell} - a_{\ell(i,j)} + \Theta_{ij\alpha\ell}^\alpha. \quad (6)$$

В дальнейшем мы предполагаем, что пространство $\bar{A}_n$ является обобщенно риччи-симметрическим пространством. Поэтому тензор Риччи этого пространства удовлетворяет условиям (3). Тогда (6) можно записать в виде

$$(n+1)a_{ij,\ell} - a_{\ell i,j} - a_{\ell j,i} = -\Theta_{ij\alpha\ell}^\alpha. \quad (7)$$

Из уравнений (7) в силу (3) получим:

$$a_{\ell i,j} + a_{\ell j,i} = -\frac{1}{n}\Theta_{(i|\ell\alpha|j)}^\alpha + \frac{2}{n}a_{ij,\ell}.$$

С учетом этого равенства уравнение (7) можно записать в виде

$$\frac{n^2 + n - 2}{n} a_{ij,\ell} = -\Theta_{ij\alpha\ell}^\alpha - \frac{1}{n}\Theta_{(i|\ell\alpha|j)}^\alpha. \quad (8)$$

Условия интегрируемости (5) ковариантно продифференцируем в пространстве $\bar{A}_n$ и в правой части перейдем от ковариантной производной в $\bar{A}_n$ к ковариантной производной в A_n . Применяя тождества Риччи для вторых ковариантных производных $\bar{R}_{(ij)l;km}^h$, получим

$$\bar{R}_{(ij)k;\ell m}^h - \bar{R}_{(ij)\ell;mk}^h = \delta_{(i}^h a_{jk),\ell m} - \delta_{(i}^h a_{j\ell),km} + T_{ijk\ell m}^h, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned}
T_{ijk\ell m}^h &= \bar{R}_{\alpha mk}^h \bar{R}_{(ij)\ell}^\alpha - \bar{R}_{\ell mk}^\alpha \bar{R}_{(ij)\alpha}^h - \bar{R}_{jmk}^\alpha \bar{R}_{(i\alpha)\ell}^h - \bar{R}_{imk}^\alpha \bar{R}_{(j\alpha)\ell}^h - \\
&- P_{m\alpha}^h \delta_{(i a_{jk}),\ell}^\alpha - P_{mj}^\alpha \delta_{(i a_{\alpha k}),\ell}^h - P_{mi}^\alpha \delta_{(\alpha a_{jk}),\ell}^h - P_{mk}^\alpha \delta_{(\alpha a_{ij}),\ell}^h - P_{ml}^\alpha \delta_{(i a_{jk}),\alpha}^h - \\
&- P_{m\alpha}^h \delta_{(i a_{j\ell}),k}^\alpha + P_{mi}^\alpha \delta_{(\alpha a_{j\ell}),k}^h + P_{mj}^\alpha \delta_{(i a_{\alpha\ell}),k}^h + P_{mk}^\alpha \delta_{(i a_{j\ell}),\alpha}^h - P_{ml}^\alpha \delta_{(i a_{j\alpha}),k}^h - \\
&- \Theta_{ijk\ell,m}^h + P_{\alpha m}^h \Theta_{ijk\ell}^\alpha - P_{mi}^\alpha \Theta_{\alpha jk\ell}^h - P_{mj}^\alpha \Theta_{i\alpha k\ell}^h - P_{mk}^\alpha \Theta_{ij\alpha\ell}^h - P_{ml}^\alpha \Theta_{ijk\alpha}^h.
\end{aligned}$$

Проальтернируем уравнения (9) по индексам ℓ, m . Имеем:

$$\begin{aligned}
\bar{R}_{(ij)m;\ell k}^h - \bar{R}_{(ij)\ell;mk}^h &= \delta_{(i a_{jm}),k\ell}^h - \delta_{(i a_{j\ell}),km}^h + T_{ijk[lm]}^h + \\
&+ \bar{R}_{(i|\alpha k|}^h \bar{R}_{j)m\ell}^\alpha + \bar{R}_{(ij)\alpha}^h \bar{R}_{km\ell}^\alpha - \bar{R}_{(ij)k}^\alpha \bar{R}_{\alpha m\ell}^h + \bar{R}_{\alpha(i|k|}^h \bar{R}_{j)m\ell}^\alpha + \\
&+ \delta_{(\alpha a_{jk})}^h R_{i\ell m}^\alpha + \delta_{(\alpha a_{ik})}^h R_{j\ell m}^\alpha + \delta_{(i a_{j\alpha})}^h R_{k\ell m}^\alpha - \delta_{(i a_{jk})}^h R_{\alpha\ell m}^\alpha. \quad (10)
\end{aligned}$$

Учитывая свойства тензора Римана $\bar{R}_{ijk}^h$, условия (10) можно привести к виду

$$\bar{R}_{im\ell;jk}^h + \bar{R}_{jm\ell;ik}^h = \delta_{(i a_{j\ell}),km}^h - \delta_{(i a_{jm}),k\ell}^h - N_{ijk\ell m}^h, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned}
N_{ijk\ell m}^h &= T_{ijk[lm]}^h + \bar{R}_{im\ell}^\alpha \bar{R}_{(\alpha j)k}^h + \bar{R}_{jm\ell}^\alpha \bar{R}_{(\alpha i)k}^h + \bar{R}_{km\ell}^\alpha \bar{R}_{(ij)\alpha}^h - \\
&- \bar{R}_{\alpha m\ell}^h \bar{R}_{(ij)k}^\alpha + \delta_{(\alpha a_{jk})}^h R_{i\ell m}^\alpha + \delta_{(\alpha a_{ik})}^h R_{j\ell m}^\alpha + \delta_{(\alpha a_{ij})}^h R_{k\ell m}^\alpha - a_{(ij} R_{k)\ell m}^h.
\end{aligned}$$

Проальтернируем (11) по j и k . Получим

$$\begin{aligned}
\bar{R}_{jm\ell;ik}^h - \bar{R}_{km\ell;j}^h &= \delta_{(i a_{j\ell}),km}^h - \delta_{(i a_{jm}),k\ell}^h - \delta_{(i a_{k\ell}),jm}^h + \delta_{(i a_{km}),j\ell}^h - \\
&- N_{i[jk]\ell m}^h + \bar{R}_{\alpha m\ell}^\alpha \bar{R}_{ikj}^h + \bar{R}_{i\alpha\ell}^h \bar{R}_{mkj}^\alpha + \bar{R}_{im\alpha}^h \bar{R}_{\ell kj}^\alpha - \bar{R}_{im\ell}^\alpha \bar{R}_{\alpha kj}^h. \quad (12)
\end{aligned}$$

В соотношении (11) поменяем местами индексы i и k , а затем сложим с (12). В результате получим

$$\begin{aligned}
2\bar{R}_{jm\ell;ik}^h &= \delta_{(i a_{j\ell}),km}^h - \delta_{(i a_{jm}),k\ell}^h - \delta_{(k a_{jm}),i\ell}^h + \\
&+ \delta_{(i a_{km}),j\ell}^h - \delta_{(i a_{k\ell}),jm}^h + \delta_{(j\ell) a_k}^h + \Omega_{ijk\ell m}^h, \quad (13)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\Omega_{ijk\ell m}^h &= -N_{ijk\ell m}^h + N_{k[ij]k\ell m}^h - \bar{R}_{\alpha m\ell}^\alpha \bar{R}_{(kj)i}^h + \bar{R}_{j\alpha\ell}^h \bar{R}_{mik}^\alpha + \bar{R}_{jm\alpha}^h \bar{R}_{\ell ik}^\alpha - \\
&- \bar{R}_{\alpha i(j}^h \bar{R}_{k)m\ell}^\alpha + \bar{R}_{j\alpha\ell}^h \bar{R}_{mik}^\alpha + \bar{R}_{jm\alpha}^h \bar{R}_{\ell ik}^\alpha - \bar{R}_{\alpha m\ell}^h \bar{R}_{ikj}^\alpha - \bar{R}_{i\alpha\ell}^h \bar{R}_{mkj}^\alpha + \bar{R}_{im[\ell}^h \bar{R}_{\alpha]kj}^h.
\end{aligned}$$

В левой части соотношений (13) перейдем от ковариантной производной в $\bar{A}_n$ к ковариантной производной в A_n . Имеем:

$$2\bar{R}_{jm\ell;ik}^h = \delta_{(i a_{j\ell}),km}^h - \delta_{(i a_{jm}),k\ell}^h - \delta_{(k a_{jm}),i\ell}^h + \delta_{(i a_{km}),j\ell}^h - \delta_{(i a_{k\ell}),jm}^h - \delta_{(k a_{j\ell}),im}^h + S_{ijk\ell m}^h,$$

где

$$\begin{aligned}
S_{ijk\ell m}^h = & \Omega_{ijk\ell m}^h - 2 \left[\bar{R}_{jml,i}^\alpha P_{\ell k}^h - \bar{R}_{\alpha ml,i}^h P_{jk}^\alpha - \right. \\
& - \bar{R}_{j\alpha\ell,i}^h P_{mk}^\alpha - \bar{R}_{jm\alpha,i}^h P_{\ell k}^\alpha - \bar{R}_{jml,\alpha}^h P_{ik}^\alpha + \\
& + (\bar{R}_{jml}^\alpha P_{\alpha i}^\beta - \bar{R}_{\alpha ml}^h P_{ij}^\alpha - \bar{R}_{j\alpha\ell}^h P_{im}^\alpha - \bar{R}_{jm\alpha}^h P_{il}^\alpha) P_{\beta k}^h - \\
& - (\bar{R}_{jml}^\alpha P_{\alpha\beta}^h - \bar{R}_{\alpha ml}^h P_{\beta j}^\alpha - \bar{R}_{j\alpha\ell}^h P_{\beta m}^\alpha - \bar{R}_{jm\alpha}^h P_{\beta\ell}^\alpha) P_{ik}^\beta - \\
& - (\bar{R}_{\beta ml}^\alpha P_{\alpha i}^h - \bar{R}_{\alpha ml}^h P_{\beta i}^\alpha - \bar{R}_{j\alpha\ell}^h P_{im}^\alpha - \bar{R}_{\beta m\alpha}^h P_{il}^\alpha) P_{jk}^\beta - \\
& - (\bar{R}_{j\beta\ell}^\alpha P_{\alpha i}^h - \bar{R}_{\alpha\beta\ell}^h P_{ji}^\alpha - \bar{R}_{j\alpha\ell}^h P_{\beta i}^\alpha - \bar{R}_{j\beta\alpha}^h P_{il}^\alpha) P_{km}^\beta - \\
& \left. - (\bar{R}_{jm\beta}^\alpha P_{\alpha i}^h - \bar{R}_{\alpha m\beta}^h P_{ji}^\alpha - \bar{R}_{j\alpha\beta}^h P_{mi}^\alpha - \bar{R}_{jm\alpha}^h P_{\beta i}^\alpha) P_{k\ell}^\beta \right].
\end{aligned}$$

Введем в рассмотрение тензорное поле типа $(1, 4)$ следующим образом

$$\bar{R}_{jml i}^h \equiv \bar{R}_{jml, i}^h, \quad (14)$$

и с учетом последнего запишем ковариантную производную этого тензорного поля в пространстве A_n :

$$2\bar{R}_{jml i, k}^h = \delta_{(i}^h a_{j\ell), km} - \delta_{(i}^h a_{jm), k\ell} - \delta_{(k}^h a_{jm), i\ell} + \delta_{(i}^h a_{km), j\ell} - \delta_{(i}^h a_{k\ell), jm} + \delta_{(k}^h a_{j\ell), im} + S_{ijk\ell m}^h. \quad (15)$$

Заметим, что в левой части (15) можно заменить вторые ковариантные производные тензора a_{ij} , используя (8).

Таким образом, заключаем, что уравнения (4), (8), (14) и (15) для функций $P_{ij}^h(x)$, $a_{ij}(x)$, $\bar{R}_{ijk}^h(x)$ и $\bar{R}_{ijk\ell m}^h(x)$ в пространстве A_n образуют систему дифференциальных уравнений в ковариантных производных типа Коши. Указанные выше функции должны также удовлетворять дополнительным алгебраическим условиям:

$$\begin{aligned}
P_{ij}^h(x) &= P_{ji}^h(x), \quad a_{ij}(x) = a_{ji}(x), \\
\bar{R}_{i(jk)}^h(x) &= \bar{R}_{(ijk)}^h(x) = 0, \quad \bar{R}_{i(jk)\ell}^h(x) = \bar{R}_{(ijk)\ell}^h(x) = 0.
\end{aligned} \quad (16)$$

Итак, справедлива

Теорема 1. *Для того чтобы пространство аффинной связности A_n допускало каноническое почти геодезическое отображение типа π_1 на обобщенные риччи-симметрические пространства $\bar{A}_n$, необходимо и достаточно, чтобы в нем существовало решение смешанной системы типа Коши (4), (8), (14), (15), и (16) относительно функций $P_{ij}^h(x)$, $a_{ij}(x)$, $\bar{R}_{ijk}^h(x)$ и $\bar{R}_{ijk\ell m}^h(x)$.*

Теорема 1 обобщает результаты полученные Н.С. Синюковым [6].

Как следствие получим

Предложение 1. *Семейство всех обобщенно риччи-симметрических пространств аффинной связности, которые являются образом заданного пространства аффинной связности A_n относительно отображений типа $\tilde{\pi}_1$, зависит не более чем от $\frac{1}{6} n(n+1)^2 (2n^2 - 2n + 3)$ параметров.*

Работа выполнена при поддержке гранта MSM 6198959214 Чешской Республики.

Summary

V.E. Berezovski, J. Mikeš. Almost Geodesic Mappings of Type π_1 onto Generalized Ricci-symmetric Spaces.

We deduce necessary and sufficient conditions in order that a manifold with linear connection admit an almost geodesic mapping of type π_1 in the sense of N.S. Sinyukov onto a generalized Ricci-symmetric manifold.

Key words: almost geodesic mapping of type π_1 , generalized Ricci-symmetric manifold, affinely connected space.

Литература

1. *Синюков Н.С.* Геодезические отображения римановых пространств. – М.: Наука, 1979. – 256 с.
2. *Berezovsky V., Mikeš J.* On a classification of almost geodesic mappings of affine connection spaces // *Acta Univ. Palacki. Olomuc., Fac. Rerum Nat., Math.* – 1996. – V. 35. – P. 21–24.
3. *Berezovski V.E., Mikeš J. Vanžurová A.* Canonical almost geodesic mappings of type π_1 onto pseudo-Riemannian manifolds // *Diff. Geom. and its Appl. Proc. Conf., Olomouc, August, 2007.* – World Sci. Publ. Comp., 2008. – P. 65–76.
4. *Чернышенко В.М.* Пространства аффинной связности с соответствующим комплексом геодезических // *Науч. зап. Днепр. ун-та.* – 1961. – Т. 55, № 6. – С. 105–118.
5. *Синюков Н.С.* Почти геодезические отображения пространств аффинной связности и римановых пространств // *Докл. АН СССР.* – 1963. – Т. 151, № 4. – С. 781–782.
6. *Синюков Н.С.* Почти геодезические отображения пространств аффинной связности и римановых пространств // *Итоги науки и техн. Сер. Проблемы геометрии.* – М.: ВИНТИ, 1982. – Т. 13. – С. 3–26.

Поступила в редакцию
19.08.09

Березовский Владимир Евгеньевич – кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой математики Уманского государственного аграрного университета, г. Умань, Украина.

E-mail: *berez.volod@rambler.ru*

Микеш Йозеф – доктор физико-математических наук, профессор кафедры алгебры и геометрии естественно-научного факультета Университета им. Ф. Палацкого, г. Оломоуц, Чешская Республика.

E-mail: *mikes@inf.upol.cz*