

АППРОКСИМАЦИЯ ЗАВИСИМОСТИ РАДИУСА АТОМНОГО ЯДРА ОТ ЕГО ПАРАМЕТРОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЧЕТКОЙ МОДЕЛИ ГИБРИДНОЙ СЕТИ

Н. И. Ильиных^{а,1}, Л. Е. Ковалев^{б,2}

^а Уральский технический институт связи и информатики (филиал) Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики, Екатеринбург, Россия

^б Уманский национальный университет садоводства, Умань, Украина

Для аппроксимации зависимости радиуса атомного ядра от его зарядового и массового чисел разработана модель гибридной сети в форме адаптивной системы нейро-нечеткого вывода. С помощью разработанной модели были оценены радиусы 84 нуклидов, для которых отсутствуют экспериментальные данные об их размерах.

The model of the hybrid network in the form of an adaptive system neuro-fuzzy inference is developed for the approximation of the dependence of the radius of an atomic nucleus on its charge and mass number. With the use of developed model the radii of 84 nuclides for which experimental data on their sizes were not available were estimated.

PACS: 07.05.Mh; 21.10.-k

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время известны данные о размерах многих атомных ядер, полученные различными экспериментальными методами. Вследствие отсутствия единой теории ядерных сил были предложены несколько эмпирических формул для определения радиуса ядра по его параметрам [1–3]. Среднеквадратичное отклонение полученных по этим формулам значений радиуса от экспериментальных данных лежит в пределах от 0,106 до 0,023 фм.

Экспериментальные данные о радиусах ядер постоянно уточняются путем комбинированного учета размеров ядер, полученных разными методами [4, 5].

Искусственные нейронные сети широко используются в экономике, технике, медицине, геологии, физике [6, 7]. В последнее время для аппроксимации данных успешно применяются нечеткие нейронные сети [8, 9].

¹E-mail: ninail@bk.ru

²E-mail: leokova60@yahoo.com

Наиболее точные результаты по измерению размеров ядер получены при рассеянии быстрых электронов на ядрах и из спектров мезоатомов. Эти измерения дают так называемый среднеквадратичный электрический радиус ядра. Перед нами была поставлена задача построения нечеткой модели гибридной сети, с помощью которой можно аппроксимировать зависимость среднеквадратичного электрического радиуса ядра от его зарядового и массового чисел.

1. РАЗРАБОТКА НЕЧЕТКОЙ МОДЕЛИ ГИБРИДНОЙ СЕТИ

Гибридная сеть представляет собой многослойную нейронную сеть специальной структуры без обратных связей. В нечеткой модели гибридной сети используется существующая выборка данных для определения параметров функций принадлежности, которые лучше всего соответствуют некоторой системе нечеткого вывода. При этом для нахождения параметров функций принадлежности применяются процедуры обучения нейронных сетей.

Для разработки нечеткой модели гибридной сети нами был использован пакет Fuzzy Logic Toolbox среды MATLAB. В данном пакете гибридные сети реализованы в форме адаптивной системы нейро-нечеткого вывода ANFIS. Гибридная сеть ANFIS представляет собой симбиоз нейронной сети с системой нечеткого вывода типа Сугено нулевого или первого порядков. Нейронная сеть имеет единственный выход и несколько входов, которые являются нечеткими лингвистическими переменными. В системе нечеткого вывода каждое из правил нечетких продукций имеет вес, равный единице.

В качестве входных данных нами были выбраны две переменные: зарядовое число Z и массовое число A . В качестве выходной переменной выступал среднеквадратичный электрический радиус ядра R . В работе [10] использовались экспериментальные данные для 810 нуклидов (от ${}^1_1\text{H}$ до ${}^{248}_{96}\text{Cm}$). В обучающую выборку были включены 752 нуклида, а в тестовую — 58.

При создании системы нечеткого вывода нами был использован простой метод решетчатого разбиения, согласно которому функции принадлежности нечетких термов равномерно распределяются внутри диапазона изменения данных. База знаний содержит все возможные варианты правил. Коэффициенты в заключениях правил принимаются равными нулю.

Для выходной переменной в качестве функции принадлежности использовалась линейная функция. Для входных переменных составлялись комбинации, в которых количество лингвистических термов изменялось от 3 до 7, а в качестве типа их функций принадлежности задавались поочередно треугольная функция, трапецевидная функция, обобщенная функция типа колоколообразной кривой, функция типа Гаусса и функция типа двухсторонней кривой Гаусса.

Для настройки нечеткой гибридной сети мы воспользовались гибридным методом обучения, представляющим собой комбинацию метода наименьших квадратов и метода убывания обратного градиента, с уровнем ошибки 0. Обучение проводилось на протяжении 200 итераций. После обучения полученные модели проверялись на тестовой выборке.

Лучший результат был получен при количестве лингвистических термов, равном 5 для каждой входной переменной, и использовании обобщенной колоколообразной функ-

ции принадлежности. При этом среднеквадратичная погрешность на обучающей выборке составляла 0,039 фм, а на тестовой — 0,041 фм.

Модель нечеткой гибридной сети с такими значениями среднеквадратичной погрешности не может быть использована для определения радиуса нуклидов, для которых отсутствуют экспериментальные значения. Анализ разработанной модели позволил сделать вывод о том, что довольно большие погрешности на выборках обусловлены особенностями экспериментальных данных. Действительно, свойства легких атомов отличаются от общих закономерностей, присущих средним и тяжелым ядрам, и желательно перед разработкой модели нечеткого вывода сгруппировать нуклиды по значению массового числа.

Так как разделение ядер на средние и тяжелые достаточно условное, мы исключили из рассмотрения данные нуклидов, массовое число которых равняется 15 и меньше. Таким образом, общее число нуклидов, которые использовались для построения модели, стало равным 795. В обучающую выборку были включены 742 нуклида, а в тестовую — 53.

Для входных переменных были взяты по 5 лингвистических термов с обобщенными функциями принадлежности типа колоколообразной кривой, а количество итераций обучения задавалось равным 300.

На рис. 1 показана динамика обучения нечеткой модели в виде зависимости среднеквадратичных ошибок обучения и тестирования от количества итераций алгоритма. На кривой ошибки тестирования 2 в области 110-й итерации алгоритма наблюдается минимум. Затем ошибка тестирования возрастает, что указывает на эффект переобучения, т. е. на потерю моделью свойств обобщения. При этом и после 110-й итерации обучение модели продолжает минимизировать ошибку на обучающей выборке. Переобученная модель очень хорошо отражает экспериментальные данные, представленные обучающей выборкой. Вне точек обучения адекватность такой модели ниже, чем модели, у которой обучение прекращается при возрастании ошибки на тестовой выборке — результаты моделирования сильнее отличаются от реальных данных.

Для предотвращения эффекта переобучения нами было заново проведено обучение нечеткой модели гибридной сети с теми же параметрами входных и выходной переменных на протяжении 110 итераций. В конце обучения гибридной сети среднеквадратичные

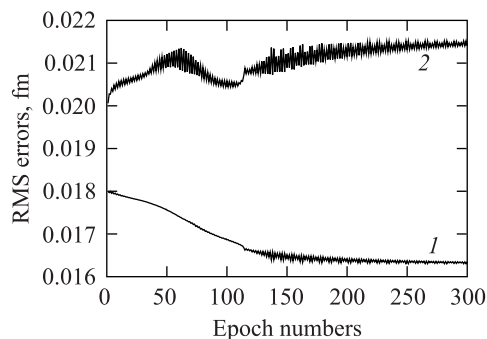


Рис. 1. Динамика ошибок нечеткого моделирования в зависимости от количества итераций обучения: 1 — ошибка на обучающей выборке; 2 — ошибка на тестовой выборке

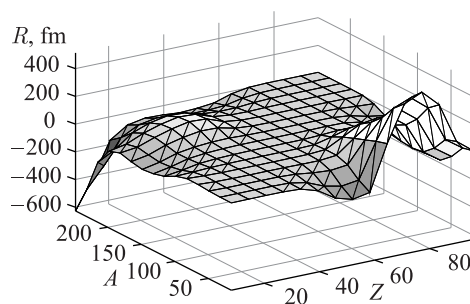


Рис. 2. Поверхность «входы–выход» нечеткой модели после 110 итераций обучения

ошибки на обучающей и тестовой выборках были равны 0,0168 и 0,0204 фм соответственно. Общий анализ разработанной нечеткой модели гибридной сети можно провести визуально с помощью соответствующей поверхности нечеткого вывода «входы–выход», представленной на рис. 2.

При рассмотрении данной поверхности видно, что разработанная модель дает парадоксальные результаты в областях с малым зарядовым числом Z , большим значением массового числа A и большим зарядовым числом Z , малым значением массового числа A . Такое поведение модели объясняется отсутствием экспериментальных данных для этих областей, атомные ядра с такими значениями Z и A существовать не могут. В области же возможного существования ядер разработанная модель ведет себя вполне адекватно.

2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕЧЕТКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОЦЕНКИ РАДИУСОВ НУКЛИДОВ

Для значительного числа нуклидов отсутствуют экспериментальные данные об их размерах. Разработанная нами нечеткая модель гибридной сети может быть использована для оценки среднеквадратичных электрических радиусов ядер. При этом можно принять, что среднеквадратичная погрешность такой оценки не будет превышать значения 0,021 фм.

В таблице представлены оценочные значения среднеквадратичных электрических радиусов 84 нуклидов, для которых отсутствуют экспериментальные данные.

Оценочные значения среднеквадратичных электрических радиусов ядер

Ядро	R , фм	Ядро	R , фм	Ядро	R , фм	Ядро	R , фм
¹⁹ F	2,844	⁶⁵ Zn	3,923	¹⁰⁷ Pd	4,547	¹⁸³ Re	5,371
²⁶ Al	3,090	⁶⁷ Ga	3,975	¹²⁴ Sb	4,694	¹⁸⁴ Re	5,371
³² Si	3,196	⁷¹ Ge	4,043	¹²⁵ Sb	4,699	¹⁸⁵ Os	5,378
³² P	3,212	⁷³ As	4,087	¹²⁵ I	4,738	¹⁹¹ Os	5,394
³³ P	3,236	⁷⁴ As	4,091	¹²⁹ I	4,752	¹⁹⁰ Ir	5,394
³³ S	3,257	⁷⁶ As	4,101	¹³⁹ Ce	4,884	²¹⁰ Bi	5,521
³⁵ S	3,300	⁷⁵ Se	4,128	¹⁴¹ Ce	4,899	²²⁵ Ac	5,659
³⁶ Cl	3,341	⁷⁹ Se	4,140	¹⁴³ Pr	4,929	²²⁷ Ac	5,676
⁴⁸ V	3,619	⁷⁷ Br	4,164	¹⁴³ Pm	4,937	²³⁴ Tc	5,743
⁴⁹ V	3,619	⁹³ Zr	4,306	¹⁴⁴ Pm	4,947	²³⁰ Pa	5,740
⁵⁰ V	3,620	⁹⁵ Zr	4,347	¹⁴⁵ Pm	4,959	²³¹ Pa	5,748
⁵¹ Cr	3,655	⁹¹ Nb	4,310	¹⁴⁶ Pm	4,973	²³³ Pa	5,764
⁵³ Mn	3,688	⁹² Nb	4,313	¹⁴⁷ Pm	4,988	²³⁷ U	5,824
⁵⁴ Mn	3,698	⁹⁴ Nb	4,333	¹⁵¹ Gd	5,039	²³⁵ Np	5,832
⁵⁵ Fe	3,721	⁹³ Mo	4,344	¹⁵⁸ Tb	5,156	²³⁶ Np	5,839
⁵⁹ Fe	3,781	⁹⁷ Tc	4,396	¹⁶⁰ Tb	5,179	²³⁷ Np	5,846
⁶⁰ Fe	3,801	⁹⁸ Tc	4,412	¹⁷⁹ Ta	5,358	²⁴¹ Cm	5,799
⁶⁰ Co	3,803	⁹⁹ Tc	4,432	¹⁸² Ta	5,362	²⁴³ Cm	5,806
⁵⁹ Ni	3,795	¹⁰³ Ru	4,504	¹⁸¹ W	5,364	²⁴⁷ Cm	5,815
⁶³ Ni	3,863	¹⁰¹ Rh	4,459	¹⁸⁵ W	5,369	²⁵⁰ Cm	5,823
⁶⁴ Cu	3,889	¹⁰² Rh	4,476	¹⁸⁸ W	5,378	²⁴⁷ Bk	5,747

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для аппроксимации зависимости радиуса атомного ядра от зарядового числа Z и массового числа A на базе экспериментальных данных для ядер с массовым числом больше 15 была разработана нечеткая модель гибридной сети. Проверка модели на тестовой выборке дала значение среднеквадратичной ошибки, равное 0,0204 фм. Таким образом, проверка построенной модели гибридной сети показывает достаточно высокую степень ее согласования с реальными экспериментальными данными. Это делает возможным практическое использование модели для оценки радиусов ядер.

По нашему мнению, нечеткие модели адаптивных систем нейро-нечеткого вывода могут считаться конструктивным элементом анализа свойств атомных ядер при совместном использовании с традиционными экспериментальными и теоретическими методами ядерной физики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gamov G.* Mass Defect and Nuclear Constitution // *Proc. Roy. Soc. London. A.* 1930. V.126. P.632–644.
2. *Elton L. R. B.* Nuclear Sizes. Oxford: Oxford Univ. Press, 1961. 115 p.
3. *Angeli I.* Effect of Valence Nucleons on RMS Charge Radii and Surface Thickness // *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 1991. V. 17. P. 439–454.
4. *Nadjakov E. G., Marinova K. P., Gangrsky Yu. P.* Systematics of Nuclear Charge Radii // *At. Data Nucl. Data Tables.* 1994. V. 56, Iss. 1. P. 133–157.
5. *Angeli I., Gangrsky Yu. P., Marinova K. P., Boboshin I. N., Komarov S. Yu., Ishkhanov B. S., Varlamov V. V.* N and Z Dependence of Nuclear Charge Radii // *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 2009. V. 36, No. 9. P.085102–085127.
6. *Филатова Т. В.* Применение нейронных сетей для аппроксимации данных // *Вестн. Томск. гос. ун-та.* 2004. №284. С. 121–125.
7. *Ivanov V. V., Osetrov E. S.* Forecasting Daily Passenger Traffic Volumes in the Moscow Metro // *Phys. Part. Nucl. Lett.* 2018. V. 15, Iss. 1. P. 107–120.
8. *Леоненков А. В.* Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 736 с.
9. *Ильиных Н. И., Ковалев Л. Е., Просянкина-Жарова Т. И.* Исследование возможности применения систем нечеткого вывода при моделировании свойств ядер // *Вестн. СибГУТИ.* 2016. №4. С. 86–91.
10. *Angeli I.* A Consistent Set of Nuclear RMS Charge Radii: Properties of the Radius Surface $R(N, Z)$ // *At. Data Nucl. Data Tables.* 2004. V. 87, Iss. 2. P. 185–206.

Получено 26 апреля 2018 г.